

**18(в81).** Диагонали равнобокой трапеции  $ABCD$  пересекаются под прямым углом.  $BH$  – высота к большому основанию  $CD$ ,  $EF$  – средняя линия трапеции.

- а) докажите, что  $BH = DH$ ;  
б) найдите площадь трапеции, если  $EF = 5$ .

Ответ: 25

**18(в82).** В трапеции  $ABCD$   $AD \parallel BC$ ,  $AB = 2$  и  $E$  – точка пересечения биссектрисы угла  $BAD$  и прямой  $BC$ . Окружность, вписанная в треугольник  $ABE$ , касается сторон  $AB$  и  $BE$  в точках  $M$  и  $H$  соответственно,  $MH = 1$ .

- а) докажите, что  $MH \parallel AE$ ;  
б) найдите угол  $BAD$ ;

Ответ:  $120^\circ$

**18(в83).** Через точку  $T$  внутри треугольника  $ABC$  проведены три прямые  $k, l$  и  $m$  так, что  $k \parallel AB$ ,  $l \parallel BC$ ,  $m \parallel AC$ . Эти прямые образуют три треугольника, два из которых равны по площади.

- а) докажите, что квадрат суммы квадратных корней из площадей треугольников, образованных прямыми  $k, l$  и  $m$  со сторонами треугольника  $ABC$ , равен площади этого треугольника;  
б) найдите площадь меньшего треугольника, если известно, что площадь треугольника  $ABC$  равна 25, а площадь каждого из равных треугольников равна 4.

Ответ: 1

**18(в84).** Вокруг выпуклого четырёхугольника со сторонами  $a, b, c, d$  описана окружность.

- а) докажите, что отношение длин его диагоналей выражается как  $bc+ad$   $ab+cd$  ;  
б) найдите площадь четырёхугольника, если  $a=2, b=8, c=12, d=4$ .

Ответ:  $3\sqrt{55}$

**18(в85).** Трапеция  $ABCD$  с углами при одном основании  $\alpha$  и  $\beta$  описана около круга.

- а) докажите, что отношение площади трапеции к площади круга выражается формулой  $S_{\text{Тр}}:S_{\text{Кр}} = 2(\sin\alpha + \sin\beta):\pi(\sin\alpha \cdot \sin\beta)$ ;  
б) найдите площадь прямоугольной трапеции  $ABCD$ , если  $\alpha = \pi/3$ , а площадь вписанного круга равна  $\pi$ .

Ответ:  $2 + \frac{4}{\sqrt{3}}$

**18(в86).** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  заключены две окружности одинакового радиуса  $r$ , касающиеся друг друга внешним образом. Центр первой окружности находится на отрезке, соединяющем вершину  $A$  с серединой  $F$  стороны  $CD$ , а центр второй окружности находится на отрезке, соединяющем вершину  $C$  с серединой  $E$  стороны  $AB$ . Первая окружность касается сторон  $AB, AD$  и  $CD$ , вторая окружность касается сторон  $AB, BC$  и  $CD$ .

- а) докажите, что  $AB \parallel CD$ ;  
б) найдите  $AC$ , если  $r = 2$ .

Ответ:  $4\sqrt{5}$

**18(в87).** Хорда  $AB$  стягивает дугу окружности, равную  $120^\circ$ . Точка  $C$  лежит на этой дуге, а точка  $D$  лежит на хорде  $AB$ . При этом  $AD = 2, BD = 1, DC = \sqrt{2}$ .

- а) докажите, что угол  $ADC$  равен  $\pi/6$   
б) найдите площадь треугольника  $ABC$ . Хорда  $AB$  стягивает дугу окружности, равную  $120^\circ$ . Точка  $C$  лежит на этой дуге, а точка  $D$  лежит на хорде  $AB$ . При этом  $AD = 2, BD = 1, DC = 2$ .  
а) докажите, что угол  $ADC$  равен  $\pi/6$   
б) найдите площадь треугольника  $ABC$ .

Ответ:  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

**18(в88).** Прямая  $p$ , параллельная основаниям  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$ , пересекает прямые  $AB, AC, BD$  и  $CD$  в точках  $E, F, G$  и  $H$  соответственно, причём  $EF = FG$ .

- а) докажите, что точки пересечения прямой  $p$  с диагоналями  $AC$  и  $BD$  делят отрезок  $EH$  на три равных части;  
б) найдите  $EF$ , если  $BC = 3, AD = 4$

Ответ: 1,2

**18(в89).** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Точка  $X$  лежит на его стороне  $AD$ , причём  $BX \parallel CD$  и  $\angle BAX = 3/2$  и  $\angle DX = 6$ .

- а) докажите, что треугольники  $ABX$  и  $BXC$  подобны  
б) найдите  $BC$ .

Ответ: 3

**18(в90).** В треугольнике точка  $O$  центр описанной окружности, точка  $K$  лежит на отрезке  $BC$ , причем  $BK=KC$ . Описанная около треугольника  $BKO$  окружность пересекает  $AB$  в точке  $T$ .

а) докажите, что  $TK \parallel AC$ ;

б) найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что угол  $BOK$  равен  $30^\circ$ ,  $KT=8$ ,  $BT=6$ .

Ответ: 48

**18(в91).** В равнобедренном треугольнике  $ABC$   $AC$  основание. На продолжении стороны  $CB$  за точку  $B$  отмечена точка  $D$  так, что угол  $CAD$  равен углу  $ABD$ .

а) докажите, что  $AB$  биссектриса угла  $CAD$ ;

б) найдите длину отрезка  $AD$ , если боковая сторона треугольника  $ABC$  равна 5, а его основание равно 6.

Ответ:  $\frac{150}{11}$

**18(в92).** Биссектрисы  $AN$  и  $BM$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $O$ , причем  $BO:OM=4:3$ ,  $CN=18\sqrt{35}$ . В четырехугольник  $ONCM$  вписана окружность.

а) докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

б) найдите радиус окружности.

Ответ:  $21-\sqrt{21}$